

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse suivante : <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Matemáticas
Nivel Superior
Prueba 2

Miércoles 4 de noviembre de 2020 (mañana)

Número de convocatoria del alumno

2 horas

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas NS y de Ampliación de Matemáticas NS** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[100 puntos]**.



No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

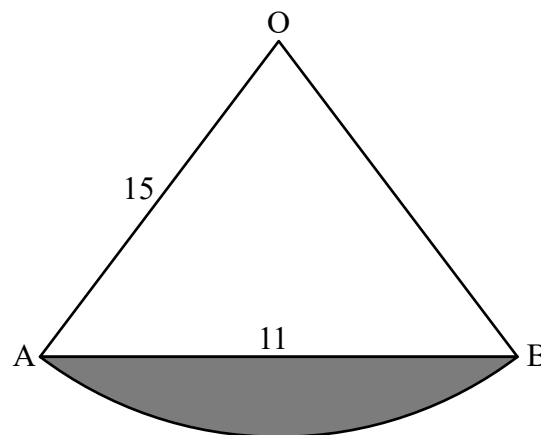
Sección A

Conteste **todas** las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 5]

La siguiente figura muestra el sector circular OAB, de 15 cm de radio. [AB] mide 11 cm de largo.

la figura no está dibujada a escala



Halle el área de la región sombreada.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. [Puntuación máxima: 4]

Jenna es una ávida lectora de libros. El número de libros que lee a la semana se puede modelizar mediante una distribución de Poisson de media 2,6.

Determine, para un año dado de 52 semanas, el número esperado de semanas en las que Jenna leerá al menos cuatro libros.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

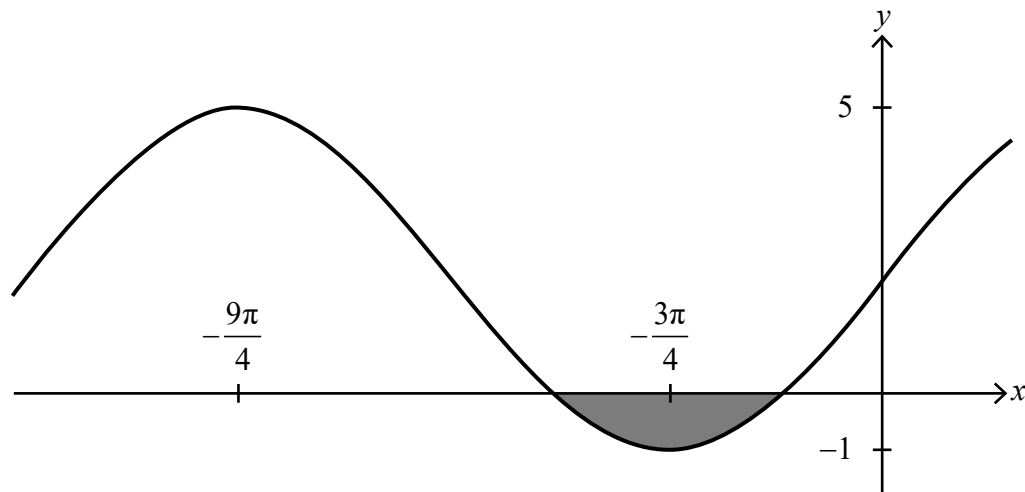


16EP03

Véase al dorso

3. [Puntuación máxima: 8]

La siguiente figura muestra una parte del gráfico de $y = p + q \operatorname{sen}(rx)$. El gráfico tiene un máximo local en $\left(-\frac{9\pi}{4}, 5\right)$ y un mínimo local en $\left(-\frac{3\pi}{4}, -1\right)$.



- (a) Determine los valores de p, q y r . [4]
- (b) A partir de lo anterior, halle el área de la región sombreada. [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



A large rectangular area containing ten horizontal dotted lines for writing.



16EP05

Véase al dorso

4. [Puntuación máxima: 6]

Halle el término independiente de x en el desarrollo de $\frac{1}{x^3} \left(\frac{1}{3x^2} - \frac{x}{2} \right)^9$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP06

5. [Puntuación máxima: 7]

Una encuesta realizada entre veraneantes británicos halló que el 15% de los encuestados habían ido de vacaciones al Distrito de los Lagos en 2019.

(a) A continuación se tomó una muestra aleatoria compuesta por 16 veraneantes británicos. El número de personas de la muestra que fueron de vacaciones al Distrito de los Lagos en 2019 se puede modelizar mediante una distribución binomial.

(i) Indique dos suposiciones que haya que realizar para que este modelo sea válido.

(ii) Halle la probabilidad de que al menos tres de las personas de la muestra fueran de vacaciones al Distrito de los Lagos en 2019.

[4]

(b) Partiendo de una muestra aleatoria compuesta por n veraneantes, la probabilidad de que al menos uno de ellos fuera de vacaciones al Distrito de los Lagos en 2019 es mayor que 0,999.

Determine cuál es el menor valor posible de n .

[3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP07

Véase al dorso

6. [Puntuación máxima: 7]

Utilice la inducción matemática para demostrar que $\frac{d^n}{dx^n}(xe^{px}) = p^{n-1}(px+n)e^{px}$
para $n \in \mathbb{Z}^+$, $p \in \mathbb{Q}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP08

7. [Puntuación máxima: 7]

En una reunión participan 12 profesores; siete son hombres y cinco son mujeres. Un grupo de cinco de estos profesores salen a comer juntos. Determine el número de grupos distintos que se pueden formar en cada una de las siguientes situaciones:

- (a) En el grupo hay más hombres que mujeres. [4]
- (b) Dos de los profesores, Gary y Gerwyn, se niegan a ir a comer juntos. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP09

Véase al dorso

8. [Puntuación máxima: 6]

Una pequeña bola de collar se puede mover libremente a lo largo de un alambre con la

forma de la curva $y = \frac{10}{3 - 2e^{-0,5x}} (x \geq 0)$.

(a) Halle una expresión para $\frac{dy}{dx}$. [3]

En el punto de la curva donde $x = 4$, se sabe que $\frac{dy}{dt} = -0,1 \text{ m s}^{-1}$.

(b) Halle el valor de $\frac{dx}{dt}$ en ese mismo instante. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



No escriba soluciones en esta página.

Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

9. [Puntuación máxima: 14]

Los pesos, en gramos, de unos paquetes de café siguen una distribución normal de media 102 g y desviación típica igual a 8 g.

- (a) Halle la probabilidad de que un paquete elegido al azar pese menos de 100 g. [2]
- (b) La probabilidad de que un paquete elegido al azar pese más de w gramos es igual a 0,444. Halle el valor de w . [2]
- (c) Se elige un paquete al azar. Sabiendo que el paquete pesa más de 105 g, halle la probabilidad de que pese más de 110 g. [3]
- (d) En una muestra aleatoria compuesta por 500 paquetes, determine el número esperado de paquetes con un peso situado a menos de 1,5 desviaciones típicas de la media. [3]
- (e) Los paquetes se reparten a los supermercados en lotes de 80. Determine la probabilidad de que, en un lote elegido al azar, haya al menos 20 paquetes que pesen menos de 95 g. [4]



16EP11

Véase al dorso

No escriba soluciones en esta página.

10. [Puntuación máxima: 16]

El plano Π_1 tiene por ecuación $3x - y + z = -13$ y la recta L tiene por ecuación vectorial

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}.$$

(a) Sabiendo que L corta a Π_1 en el punto P, halle las coordenadas de P. [4]

(b) Halle la distancia más corta entre el punto $O(0, 0, 0)$ y Π_1 . [4]

El plano Π_2 contiene al punto O y a la recta L .

(c) Halle la ecuación de Π_2 . Exprese la respuesta en la forma $\mathbf{r} \cdot \mathbf{n} = d$. [3]

(d) Determine el ángulo agudo que forman Π_1 y Π_2 . [5]



No escriba soluciones en esta página.

11. [Puntuación máxima: 20]

Una partícula P se mueve en línea recta de modo tal que su velocidad, v en ms^{-1} , después de t segundos viene dada por $v = e^{-3t} \sin 6t$, donde $0 < t < \frac{\pi}{2}$.

(a) Halle los instantes en los que P se encuentra momentáneamente en reposo. [2]

En el instante t , el desplazamiento de P es $s(t)$; en el instante $t = 0$, $s(0) = 0$.

(b) Halle una expresión para s en función de t . [7]

(c) Halle el máximo desplazamiento de P , en metros, respecto a su posición inicial. [2]

(d) Halle la distancia total que ha recorrido P en los primeros 1,5 segundos de movimiento. [2]

En los sucesivos instantes en los que la aceleración de P es igual a 0ms^{-2} , las velocidades de P forman una progresión geométrica. La aceleración de P es cero en los instantes t_1, t_2, t_3 , donde $t_1 < t_2 < t_3$, y las respectivas velocidades son v_1, v_2, v_3 .

(e) (i) Muestre que en esos instantes se cumple que $\tan 6t = 2$.

(ii) A partir de lo anterior, muestre que $\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_3}{v_2} = -e^{-\frac{\pi}{2}}$. [7]



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



16EP14

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



16EP15

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



16EP16